



Olimpiada de Matematică
Etapa locală, Neamț
11.02.2023
Clasa a V-a

Subiectul 1

Fie $a = 8 \cdot 3^{n+2} \cdot 25^{n+1}$ și $b = 7 \cdot 5^{n+2} \cdot 15^{n+1}$, $n \in \mathbb{N}$.

- Comparați numerele a și b .
- Arătați că numerele a și b dau același rest prin împărțirea cu 165, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Subiectul 2

Arătați că numărul 10^n se poate scrie ca o sumă de două pătrate perfecte, oricare ar fi $n \in \mathbb{N}$.

Subiectul 3

Determinați numerele prime a și b pentru care numerele $a + b$ și $a + 2b$ sunt prime.

Subiectul 4

Cel mai vechi teatru din România a fost construit în orașul Oravița din județul Caraș-Severin și a fost inaugurat în anul 1817. După un număr de ani reprezentat de un număr N de două cifre egale, la Reșița (Caraș-Severin) a fost construită prima locomotivă cu aburi fabricată în România; după un alt număr de ani, reprezentat de un număr M de două cifre egale ($M > N$), la Lupeni (Hunedoara) a început construcția primei fabrici de mătase artificială din România. Adunând acum un alt număr P (de ani) cu aceeași proprietate și $P > M$, obținem anul 2015. În ce an a fost construită prima locomotivă cu aburi din România, știind că aceasta s-a întâmplat după adoptarea primei constituții a țării?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se punctează de la 0 la 7 puncte.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete. Timp de lucru: 2 ore.